Wymagania edukacyjne

MATeMAtyka

Zakres podstawowy



* Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
* Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone
o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
* Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
* Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
* Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca – wymagania na poziomie (K)

ocena dostateczna – wymagania na poziomie (K) i (P)

ocena dobra – wymagania na poziomie (K), (P) i (R)

ocena bardzo dobra – wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)

ocena celująca – wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

**Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.

**1. LICZBY RZECZYWISTE**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
 |
| * rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
 |
| * stosuje cechy podzielności liczb
 |
| * podaje dzielniki danej liczby naturalnej
 |
| * oblicza NWD i NWW
 |
| * porównuje liczby wymierne
 |
| * podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
 |
| * zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu
 |
| * przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
 |
| * wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem czy z niedomiarem
 |
| * wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe
 |
| * wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
 |
| * oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
 |
| * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego (proste przypadki)
 |
| * wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
 |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
 |
| * przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)
 |
| * oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
 |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
 |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
 |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
 |
| * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
 |
| * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
 |
| * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)
 |
| * oblicza procent danej liczby
 |
| * oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
 |
| * wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent
 |
| * posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych
 |
| * stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.
 |
| * konstruuje odcinki o długościach niewymiernych
 |
| * wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci *a* ∙ *k* + *r*
 |
| * wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)
 |
| * zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły
 |
| * porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora
 |
| * wyznacza wartość wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach
 |
| * wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia
 |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$
 |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)
 |
| * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)
 |
| * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń
 |
| * oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej
 |
| * rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe
 |
| * ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych
 |

## 2. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * **posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony**
 |
| * opisuje symbolicznie dane zbiory
 |
| * wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
 |
| * **posługuje się pojęciami iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów**
 |
| * zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
 |
| * wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
 |
| * **wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej**
 |
| * rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
 |
| * zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
 |
| * zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych,

np. *A* = {*x* ∈ **R**: *x* ≥ –4 ∧ *x* < 1} = <–4; 1)  |
| * wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
 |
| * mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
 |
| * zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
 |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
 |
| * stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
 |
| * oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
 |
| * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
 |
| * zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
 |
| * **wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych**
 |
| * zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
 |
| * przeprowadza proste dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
 |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych
 |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci
 |
| * usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu
 |
| * stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)
 |
| * stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
 |
| * upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną
 |
| * stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności
 |
| * wyprowadza wzory skróconego mnożenia
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * dowodzi podzielności liczb (trudniejsze przypadki)
 |
| * stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształcania wyrażeń algebraicznych i własności wartości bezwzględnej
 |

# 3. UKŁADY RÓWNAŃ

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi
 |
| * sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań
 |
| * do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb
 |
| * wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego
 |
| * rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)
 |
| * określa, ile rozwiązań ma dany układ równań (proste przypadki)
 |
| * rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników (proste przypadki)
 |
| * stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe
 |
| * dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem
 |
| * określa, ile rozwiązań ma dany układ równań
 |
| * dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony
 |
| * rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia
 |
| * zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego
 |
| * stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w tym np. układów równań liniowych z trzema (lub więcej) niewiadomymi, oraz ich zastosowania w zadaniach tekstowych
 |

# 4. FUNKCJE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
 |
| * określa funkcję różnymi sposobami (grafem, tabelą, wykresem, opisem słownym, wzorem)
 |
| * poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
 |
| * odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
 |
| * odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
 |
| * na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
 |
| * określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
 |
| * wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
 |
| * wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
 |
| * oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
 |
| * odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji
 |
| * oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
 |
| * sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
 |
| * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
 |
| * rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
 |
| * sporządza wykresy funkcji: , , , $y=-f\left(x\right)$,  na podstawie danego wykresu funkcji
 |
| * stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
 |
| * wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
 |
| * stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
 |
| * wyznacza współczynnik proporcjonalności
 |
| * podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
 |
| * szkicuje wykres funkcji $f\left(x\right)=\frac{a}{x}$ dla danego *a* > 0 i *x* > 0
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
 |
| * przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przypadkach
 |
| * na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania *f*(*x*) = *m* dla ustalonej wartości *m*
 |
| * na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności:  dla ustalonej wartości *m*
 |
| * odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu *f*(*x*) = *g*(*x*), *f*(*x*)<*g*(*x*), *f*(*x*)>*g*(*x*)
 |
| * szkicuje wykresy funkcji spełniającej podane warunki w trudniejszych przypadkach oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
 |
| * szkicuje wykresy funkcji, stosując przekształcenia wykresu, w trudniejszych przypadkach
 |
| * stosuje funkcje i ich własności sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * udowadnia, że funkcja np.  nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji
 |

# 5. FUNKCJA LINIOWA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
 |
| * rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
 |
| * oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
 |
| * wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
 |
| * oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
 |
| * interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
 |
| * wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
 |
| * odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
 |
| * wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty
 |
| * wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
 |
| * sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
 |
| * przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
 |
| * sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
 |
| * stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
 |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
 |
| * wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
 |
| * rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną
 |
| * określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej
 |
| * rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
 |
| * oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
 |
| * rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań
 |
| * sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
 |
| * znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
 |
| * rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
 |
| * analizuje własności funkcji liniowej
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
 |
| * wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych
 |
| * wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty
 |
| * udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej
 |

# 6. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
 |
| * stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
 |
| * sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
 |
| * udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
 |
| * wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
 |
| * udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
 |
| * zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
 |
| * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
 |
| * sprawdza, czy dane figury są podobne
 |
| * oblicza długości boków figur podobnych
 |
| * stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
 |
| * wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
 |
| * rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
 |
| * udowadnia równoległość prostych, stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
 |
| * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
 |
| * oblicza sumę miar kątów danego wielokąta
 |
| * oblicza liczbę boków wielokąta, jeśli ma daną sumę miar jego kątów wewnętrznych
 |
| * stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
 |
| * wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
 |
| * rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
 |
| * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
 |
| * rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa oraz twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
 |
| * stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
 |

**7. WSTĘP DO FUNKCJI KWADRATOWEJ**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji  i podaje jej własności
 |
| * sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
 |
| * szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
 |
| * ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji
 |
| * przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
 |
| * oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
 |
| * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
 |
| * ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, jeśli ma dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
 |
| * znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
 |
| * znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
 |
| * wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
 |

**8. FUNKCJA KWADRATOWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji *f*(*x*) *= ax*2, gdzie $a\ne 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
 |
| * szkicuje wykres funkcji kwadratowej $f\left(x\right)=a\left(x-p\right)^{2}+q$, gdzie $a\ne 0$, i odczytuje z wykresu jej własności
 |
| * podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej
 |
| * oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, wyznacza równanie osi symetrii paraboli
 |
| * przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej
 |
| * przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji kwadratowej oraz opisuje jej własności
 |
| * wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu
 |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub stosując wzór skróconego mnożenia
 |
| * określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
 |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki w prostych przypadkach
 |
| * interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika *a* i wyróżnika $Δ$
 |
| * wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
 |
| * przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, jeśli taka postać istnieje
 |
| * odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
 |
| * rozwiązuje nierówność kwadratową w prostych przypadkach
 |
| * rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli
 |
| * stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym w prostych przypadkach
 |
| * przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje równanie kwadratowe i nierówność kwadratową w trudniejszych przypadkach
 |
| * wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
 |
| * stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastka
 |
| * rozwiązuje równania dwukwadratowe
 |
| * rozwiązuje równanie, które można sprowadzić do równania kwadratowego, np. stosując podstawienie $t=\left|x\right|,t\geq 0$
 |
| * wyznacza w trudniejszych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej
 |
| * stosuje równania kwadratowe do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
 |
| * rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, stosując równania kwadratowe
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * wyprowadza wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego
 |
| * udowadnia związki między współczynnikami funkcji kwadratowej o podwyższonym stopniu trudności
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
 |

**9. WIELOMIANY**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
 |
| * zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach
 |
| * zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
 |
| * oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
 |
| * wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
 |
| * szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
 |
| * określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
 |
| * podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów
 |
| * oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów
 |
| * stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześcianów
 |
| * przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia
 |
| * rozkłada w prostych przypadkach wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
 |
| * rozwiązuje proste równanie wielomianowe
 |
| * podaje w prostych przypadkach przykład wielomianu, znając jego stopień i pierwiastek
 |
| * wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
 |
| * dzieli wielomian przez dwumian $x-a$
 |
| * sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
 |
| * zapisuje wielomian w postaci $w(x)=p(x)q(x)+r$
 |
| * sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x-a$ bez wykonywania dzielenia
 |
| * wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian *x – a*
 |
| * określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
 |
| * sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki; rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu w prostych przypadkach
 |
| * opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza jego dziedzinę w prostych przypadkach
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
 |
| * stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów
 |
| * stosuje wzory $a^{n}-1=\left(a-1\right)\left(a^{n-1}+...+1\right)$ oraz $$a^{n}-b^{n}=\left(a-b\right)\left(a^{n-1}+a^{n-2}⋅b+...+a⋅b^{n-2}+b^{n-1}\right)$$
 |
| * rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
 |
| * rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów
 |
| * sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x-p)(x-q)$ bez wykonywania dzielenia
 |
| * dzieli wielomian przez dwumian $x-a$, stosując schemat Hornera
 |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące podzielności wielomianu
 |
| * rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania wielomianowe, stosując twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu
 |
| * rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci *x – a* (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielomianów
 |

## 10. FUNKCJE WYMIERNE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a\ne 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
 |
| * przesuwa wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, wzdłuż osi *OX* albo wzdłuż osi *OY*, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu
 |
| * dobiera wzór funkcji do jej wykresu
 |
| * wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
 |
| * oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej
 |
| * upraszcza wyrażenia wymierne w prostych przypadkach
 |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
 |
| * rozwiązuje równania wymierne w prostych przypadkach, podaje i uwzględnia założenia
 |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych w prostych przypadkach
 |
| * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach
 |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * szkicuje wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$, gdzie $a\ne 0$, w podanym zbiorze w trudniejszych przypadkach
 |
| * wyznacza współczynnik *a* tak, aby funkcja $f(x)=\frac{a}{x}$ spełniała podane warunki
 |
| * szkicuje wykres funkcji $f\left(x\right)=\frac{a}{x-p}+q$, gdzie $x\in R\\{p\}$ i $a\ne 0$, i wyznacza równania jej asymptot
 |
| * wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku
 |
| * wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w trudniejszych przypadkach i podaje odpowiednie założenia
 |
| * określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek
 |
| * przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną
 |
| * rozwiązuje równania wymierne w trudniejszych przypadkach
 |
| * podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego
 |
| * wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
 |
| * stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przekształca wzór funkcji danej w postaci $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ do postaci $f\left(x\right)=\frac{r}{x-p}+q$ oraz szkicuje jej wykres
 |
| * stosuje funkcje i wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań o podwyższonym stopniu trudności
 |

# 11. TRYGONOMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenie Pitagorasa w prostych przypadkach
 |
| * wykorzystuje wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
 |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
 |
| * podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°
 |
| * odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
 |
| * odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej
 |
| * podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
 |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta
 |
| * rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach
 |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych
 |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku
 |
| * stosuje wzory: $\sin(\left(180^{o}-α\right))=\sin(α)$, $\cos(\left(180^{o}-α\right))=-\cos(α)$, $tg\left(180^{o}-α\right)=-tgα$ do obliczania wartości wyrażenia
 |
| * oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych
 |
| * stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P=\frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku *a*: $P=\frac{a^{2}\sqrt{3}}{4}$
 |
| * rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności
 |
| * oblicza pola czworokątów
 |
| * wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wyznacza długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa
 |
| * wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego
 |
| * wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
 |
| * uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych
 |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w zadaniach praktycznych
 |
| * stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
 |
| * uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych $α$ i 9$0^{o}-α$
 |
| * wyprowadza wzór na jedynkę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
 |
| * przekształca wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
 |
| * oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens kąta; znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych
 |
| * stosuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności wzór na pole trójkąta:$P=\frac{1}{2}ab\sin(γ)$
 |
| * stosuje wzór Herona do obliczania pola trójkąta
 |
| * oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach
 |
| * wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
 |
| * uzasadnia związki miarowe w czworokątach
 |
| * dowodzi prawdziwości wzoru $P=\frac{1}{2}ab\sin(γ)$
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa
 |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach
 |

# 12. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

|  |
| --- |
| * rozpoznaje kąty środkowe w okręgu
 |
| * oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach
 |
| * określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami
 |
| * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach
 |
| * oblicza pole koła i pole wycinka koła
 |
| * oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach
 |
| * określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu
 |
| * rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
 |
| * stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach
 |
| * opisuje własności wielokątów foremnych
 |
| * oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego
 |
| * wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych
 |
| * oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach
 |
| * stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
 |
| * stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym
 |
| * wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta
 |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

|  |
| --- |
| * wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
 |
| * oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego
 |
| * wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań
 |
| * stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach
 |
| * stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach
 |
| * stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach
 |
| * stosuje wzory $P=\frac{abc}{4R}$ i $P=\frac{a+b+c}{2}⋅r$ do obliczania pola trójkąta
 |
| * uzasadnia wzory $P=\frac{abc}{4R}$ i $P=\frac{a+b+c}{2}⋅r$
 |
| * bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie
 |
| * rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt
 |
| * stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym
 |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności
 |
| * zna i potrafi wykonać konstrukcję pięciokąta foremnego
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu oraz o kątach wpisanych, opartych na tym samym łuku
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu
 |
| * uzasadnia zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny
 |
| * przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów
 |
| * rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności
 |
| * udowadnia, że symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie
 |
| * udowadnia, że dwusieczne kątów wewnętrznych trójkąta przecinają się w jednym punkcie
 |